

Tentamen ProgrammaCorrectheid

29 november 2002

09.00 – 12.00 uur

■ Opgave 1

Gegeven is de specificatie:

```
CONST
  n ∈ INTEGER ;
  a ∈ ARRAY [0 .. n] OF INTEGER;
  {P : n ≥ 0 ∧ a ascending ∧ a[0] ≥ 0}
VAR
  x : INTEGER ;
  S;
  {Q : x = (Σ i : 0 ≤ i < n : 2a[i])}
```

- Introduceer voor $0 \leq t \leq n$ de expressie

$$S(t) = (\Sigma i : 0 \leq i < t : 2^{a[i]})$$

en leid recurrente betrekkingen af voor $S(t)$.

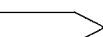
- Geef een geannoteerd commando S dat aan de specificatie voldoet.
Introduceer daartoe extra variabelen, maak gebruik van de invariant

$$J : 0 \leq k \leq n \wedge p \leq a[k] \wedge y = 2^p \wedge x = S(k)$$

en laat de body van het WHILE-commando van de volgende vorm zijn:

```
[ IF p = a[k] THEN
  ...
  ELSE
  ...
  END ;
]
```

NB: er geen commando voor machtsverheffen beschikbaar!

lees verder 

Opgave 2

Gegeven: een functie $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ die descending is in beide argumenten en de specificatie

```
CONST
  m ∈ INTEGER ; {m ≥ 0}
  n ∈ INTEGER ; {n ≥ 0}
VAR
  z : INTEGER ;
  {P : Z = (#i, j : 0 ≤ i < m ∧ 0 ≤ j < n : f(i, j) = i + j)}
T;
  {Q : z = Z}
```

- Definieer een functie $F(x, y)$ die een geschikte generalisatie is van de kwantificatie uit de preconditionie.
- Leid voor $F(x, y)$ geschikte recurrente betrekkingen af, inclusief het basisgeval.
- Geef een implementatie van het commando T . We vragen niet om het gehele stappenplan uit te schrijven, maar zijn tevreden met de laatste stap: een goede samenvatting, inclusief invariant en variante functie.

Opgave 3

Gegeven zijn de volgende declaraties en gedeeltelijke implementatie

```
CONST
  n ∈ INTEGER ; {n ≥ 0}
  a ∈ ARRAY [0 .. n) OF INTEGER ;

PROCEDURE Pol (x, k : INTEGER ; VAR y : INTEGER ) =
  { all Y ∈ INTEGER :
  : pre 0 ≤ k ≤ n ∧ Y = (∑ i : k ≤ i < n : a[i] · xi-k)
  , post y = Y}
  [ IF ... THEN
    ...
  ELSE
    Pol( ..., k + 1, ... );
    ...
  END ;
  ] Pol;
```

- Introduceer voor $0 \leq t \leq n$ de expressie $G(t) = (\sum i : t \leq i < n : a[i] \cdot x^{i-t})$ en leidt recurrente betrekkingen af voor G .
- Formuleer de inductiehypothese bij de procedure Pol .
- Completeer de implementatie en bewijs de correctheid.